

Неравенства

II-64 Неравенства. Два числа или два алгебраических выражения, связанные между собой знаком $>$ или $<$, образуют **неравенство**. Неравенство состоит из двух частей: левой части и правой части.

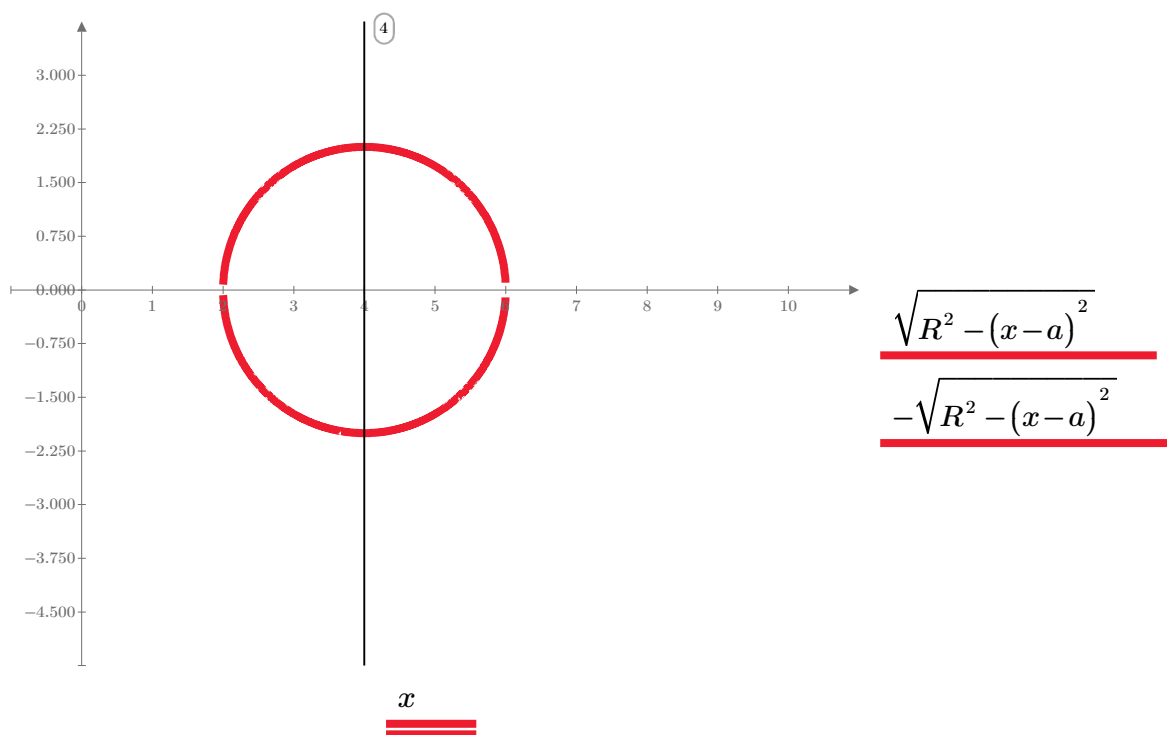
Относительно неравенств (как и равенств), содержащих буквы, возможны вопросы двух родов:

- 1) решить неравенство, содержащее неизвестные, т.е. определить, при каких значениях неизвестных данное неравенство справедливо;
- 2) доказать тождественное неравенство, т. е. обнаружить верность его при всевозможных значениях букв или по крайней мере при значениях, ограниченных заданными наперёд условиями.

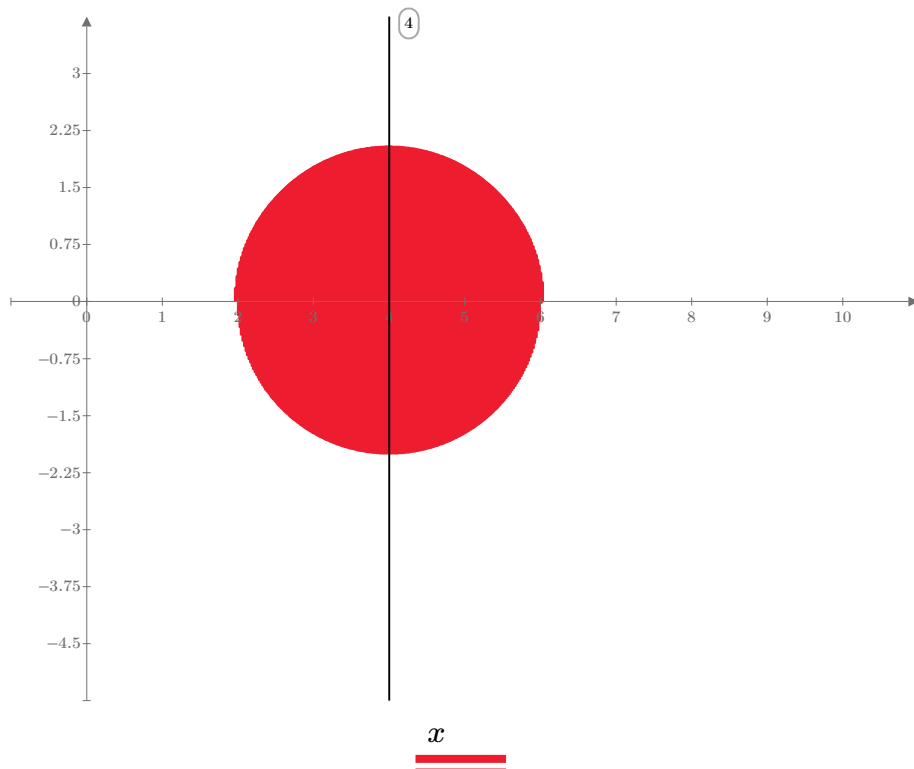
Неравенства, содержащие одни и те же неизвестные, называются **равносильными**, если они удовлетворяются одними и теми же значениями этих неизвестных; так, два неравенства $3x + 2 < x + 10$ и $3x < x + 8$ равносильны, так как оба они удовлетворяются значениями x , меньшими 4, и только этими значениями.

Нельзя установить каких-либо общих правил для обнаружения верности предложенного неравенства. Один из приёмов состоит в том, что предложенное неравенство преобразовывают в другое — очевидное, и затем, исходя из этого очевидного неравенства, путём логических рассуждений доходят до предложенного.

K-0 Графическое решение неравенств. Предположим, надо решить неравенство $y^2 + (x - a)^2 \leq R^2$, где $R := 2$ и $a := 4$ - некоторые числа. Нарисуем сначала множество точек (x, y) , удовлетворяющих уравнению $y^2 + (x - a)^2 = R^2$:



Как нетрудно сообразить, неравенству $y^2 + (x-a)^2 \leq R^2$ будут удовлетворять все точки (x, y) , лежащих внутри нарисованного круга $y^2 + (x-a)^2 = R^2$:



$$\frac{\sqrt{R^2 - (x-a)^2}}{-\sqrt{R^2 - (x-a)^2}}$$